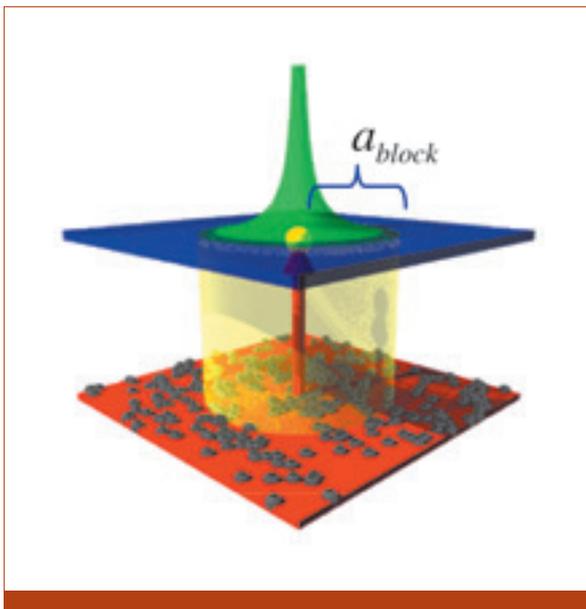


# Kontrollierte Wechselwirkung

## in Quantengasen



Als Quantengas bezeichnet man einen Zustand der Materie, der Eigenschaften besitzt, die auf die quantenmechanischen Welleneigenschaften der Materie zurückzuführen sind. Solche Gase erfordern ungewöhnliche Bedingungen wie zum Beispiel extrem tiefe Temperaturen. Und da bei sehr tiefen Temperaturen eigentlich alle Materie (außer Helium) in fester Form vorliegt, müssen die tiefen Temperaturen auch sehr schnell erzeugt werden. Quantengase werden also schockgefroren. Warum ist das nötig?

### 1. Einleitung

Ein ideales Gas besteht aus Atomen oder Molekülen, die so heiß sind, dass ihre Wechselwirkung (d.h. Kollisionen zwischen den Teilchen) untereinander eine vernachlässigbare Rolle spielt. Erst wenn das Gas kälter wird spielen die Wechselwirkungen eine wichtigere Rolle bis es am Siedepunkt zu einem Phasenübergang kommt und ein Teil des Gases in einer flüssigen Phase auskondensiert. Beim Übergang in die flüssige Phase überwiegt die Wechselwirkungsenergie die thermische Energie und die Atome oder Moleküle werden zunächst paarweise und dann in größeren Clustern aneinander gebunden. Alle Gase, die wir kennen durchlaufen einen solchen Phasenübergang, wenn die

Temperatur nur niedrig genug ist, und man könnte denken, dass die Geschichte über Gase damit zu Ende ist.

Ist jedoch ein Gas aus Atomen stark verdünnt (z.B. 100.000mal dünner als die uns umgebende Luft), kann es beim schlagartigen Abkühlen (z.B. auf unter einem MikroKelvin oder einem Millionstel Grad über dem absoluten Nullpunkt von  $-273.15^\circ\text{C}$ ) einen neuartigen Zustand der Materie geben, den man für viele Sekunden beobachten und untersuchen kann, bevor Atompaare und Cluster gebildet werden. Diesen Zustand der Materie nennt man ein Quantengas. Warum? Mit abnehmender Temperatur und damit Geschwindigkeit verschimmt der mögliche Aufenthaltsort der Atome aufgrund einer der Grundgleichungen der Quanten-

mechanik, der Heisenberg'schen Unschärferelation, in einem immer größeren Gebiet. Wenn diese Unschärfbereiche der einzelnen Atome aneinander stoßen, kommt eine andere wichtige Quanteneigenschaft der Materie ins Spiel – der Spin. Ununterscheidbare Teilchen gibt es nur in zwei Arten, Fermionen (nach Enrico Fermi) und Bosonen (nach Nathan Bose), die sich in ihrer Eigendrehung – dem Spin – unterscheiden. Ein quantenmechanischer Kreisler verhält sich etwas anders als ein gewöhnlicher Kreisler. Nehmen wir einmal an Fermionen und Bosonen drehen sich um sich selbst, dann sehen Fermionen mit halbzahligen Spin erst nach zweimaliger Drehung um die eigene Achse wieder gleich aus und Bosonen mit ganzzahligen Spin schon nach einer Drehung. Fermionen, d.h. ununterscheidbare Atome mit halbzahligen Gesamtspin wie zum Beispiel Elektronen, können sich nicht durchdringen und gehorchen dem so genannten Pauli-Prinzip. Ein Fermigas muss also immer – also auch bei sehr niedrigen Temperaturen – eine bestimmte Energie haben, denn die Teilchen können nicht langsamer werden als bis zu dem Punkt, bei dem sich Ihre Unschärfbereiche berühren. Im Gegensatz dazu möchten die Bosonen – also hier ununterscheidbare Atome mit ganzzahligen Spin – nur aufgrund der entgegengesetzten quantenmechanischen Eigenschaft – und nicht etwa wegen einer anziehenden Wechselwirkung – zusammenklumpen, ähnlich wie bei einem klassischen Phasenübergang von einem Gas zu einer Flüssigkeit. Da das Kondensieren in einen gemeinsamen Quantenzustand ununterscheidbarer Atome aber in einem idealisierten Bild auch ohne Wechselwirkung stattfindet und rein quantenmechanischen Ursprungs ist, nennt man einen solchen Zustand der Materie ein Quantengas oder Bose-Einstein-Kondensat. Quantengase sind also schockgefrorene Gase von Atomen, wobei Fermionen ein Fermigas bilden, und Bosonen zu einem Bose-Einstein-Kondensat kondensieren.

## 2. Feshbach Resonanzen

Die Wechselwirkung von Atomen spielt auch in einem Quantengas eine Rolle. Kennt man die sogenannten Feshbach-Resonanzen eines Quantengases lässt sich diese Wechselwirkung zwischen den Teil-

chen mit einem angelegten Magnetfeld gezielt beeinflussen.

Atome ziehen sich auf große Entfernung infolge induzierter Dipol-Dipol-Wechselwirkung (der so genannten van der Waals Kraft) an und stoßen sich ab, wenn sich ihre Elektronenhüllen zu nahe kommen. Da Quantengase stark verdünnt sind, kommen sich meistens nur einzelne Paare von Atomen kurzzeitig etwas näher. Die Wechselwirkung von Atomen in Quantengasen lässt sich daher beschreiben als Streuung einer atomaren Materiewelle an einem Paarpotential, das zu dem Molekül aus zwei Atomen gehört.

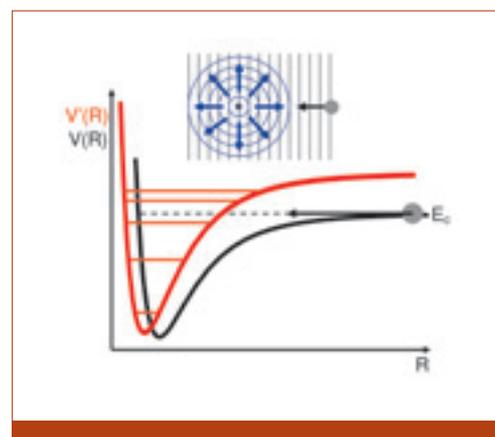
Werden zwei Molekülpotentiale  $V(R)$  und  $V'(R)$  zu unterschiedlichen Molekülzuständen (z.B. durch ein Magnetfeld) gegeneinander verschoben, so kommt es zu so genannten Feshbach-Resonanzen, wenn die einlaufende Energie des gestreuten Atoms (hier  $E_c$ ) der Bindungsenergie eines Schwingungszustands entspricht. Um diese Resonanzen herum kann die Stärke der Wechselwirkung zwischen den Atomen stark überhöht, im Vorzeichen geändert oder ganz ausgeschaltet werden. Und damit erlaubt es dieses Instrument, die Wechselwirkung in Quantengasen zu kontrollieren.

Die Lösung des Streuproblems für extrem kalte Atome führt zu einer stehenden Materiewelle mit einer Zahl von Knoten, die der Zahl der im Potential gebundenen Zustände entspricht. Die Reichweite des Potentials, die auch den Stoßquerschnitt bestimmt, wird definiert durch die Position des äußersten Knotens und liegt typischerweise im Bereich von etwa fünf Nanometern. Der Stoßquerschnitt ist also aufgrund der Quantenmechanik sehr viel größer als man von der „klassischen“ Größe der Atome im Bereich von 0.1 Nanometern erwarten würde.

Aufgrund der Wellennatur des Streuprozesses kann es auch zu Interferenz- und Reso-

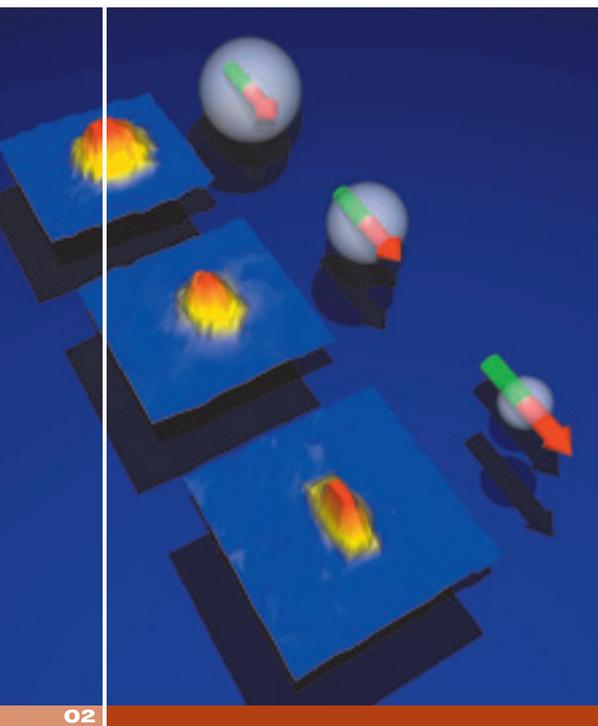
## SUMMARY

*We discuss Quantum gases and their unique opportunities to investigate quantum many-body physics. Some of its dramatic consequences like superfluidity can be investigated under unprecedentedly clean conditions. Controllable interaction mechanisms provide the tool to investigate the foundations of new quantum states of matter. One possible application of those model systems for real material is to help to clarify the mechanisms underlying superconductivity. Besides modelling known quantum states of matter these tools also allow to discover previously unknown states of quantum matter*



*Das Molekülpotential zwischen zwei Atomen besitzt neben dem Grundzustand des gebundenen Dimers in der Regel mehrere gebundene Schwingungszustände. Die Wechselwirkung in Quantengasen entspricht der Streuung von Materiewellen an diesem Potential. Dabei ist bemerkenswert, dass aufgrund der kalten Temperaturen und damit großen Materiewellenlänge der Stoßquerschnitt typischerweise etwa 1.000mal größer ist als die Querschnittsfläche eines Atoms.*

*The molecular potential for two atoms usually supports several bound vibrational states. The interaction in quantum gases is due to the scattering of matter waves from this potential. It is remarkable that due to the low temperatures and the long matter wavelength the cross section for such a collision can be a thousand times larger than the size of an atom.*



*In einem Kondensat aus Chromatomen wird durch eine Feshbach Resonanz der Charakter der Wechselwirkung von der kurzreichweitigen isotropen Kontaktwechselwirkung zu einer langreichweitigen anisotropen dipolaren Wechselwirkung verändert. Das Kondensat reagiert darauf mit einer Veränderung seiner Form von rund (hinten) zu zigarrenförmig (vorne).*

*In a Bose-Einstein condensate of chromium atoms a Feshbach resonance is used to change the character of the interaction between the atoms from contact to dipolar. As a consequence the condensate changes its shape from round (back) to cigar shaped (front).*

nanzphänomenen kommen. Streuresonanzen, welche über ein externes Magnetfeld kontrolliert werden können, nennt man Feshbach Resonanzen. Sie haben sich als sehr mächtiges Werkzeug bei der Untersuchung von Quantengasen erwiesen, denn durch sie kann der Stoßquerschnitt sowohl dramatisch erhöht als auch verschwindend klein gemacht werden. Feshbach Resonanzen ermöglichen kontrollierte Wechselwirkungen in einem Quantengas durch einen einfachen Kontrollparameter – dem Magnetfeld. Dies ist in anderen Quantensystemen (z.B. in fester Materie) so nicht möglich und erlaubt systematische Studien

für variable oder auch zeitabhängige Wechselwirkungsstärke.

Die van der Waals Wechselwirkung ist darum die Ursache für viele faszinierende Phänomene, die in Quantengasen schon untersucht wurden, wie z.B. Superfluidität in bosonischen Gasen, Superfluidität durch Paarbildung in fermionischen Gasen, quantisierte Wirbel oder Quantenphasenübergänge in optischen Gittern. Diese Phänomene haben jeweils ihr Pendant in der Welt der Quantenmaterialien der Festkörperphysik, z.B. Supraleitung, Flussquantisierung, Quantenphasenübergänge. Da in den Gasen die Wechselwirkungsstärke durch die Feshbachresonanzen sehr sauber kontrolliert werden können, können dort modellhaft Quantenmaterialien nachgebildet und studiert werden.

### 3. Dipolare Quantengase

Die Wechselwirkungen zwischen Atomen in einem Quantengas können sich durch ihre Reichweite und durch ihre Symmetrie unterscheiden. Die van der Waals Wechselwirkung ist eine kurzreichweitige und isotrope Wechselwirkung.

Durch eine Feshbach-Resonanz kann auch ein Punkt gefunden werden, an dem der Effekt der van der Waals Wechselwirkung ganz verschwindet. Dann kommen schwächere Wechselwirkungen zum Vorschein, die sonst keine oder eine nur untergeord-

nete Rolle spielen. Dazu gehört die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Dipolen der Atome. Sie unterscheidet sich von der van der Waals Wechselwirkung dadurch, dass sie eine große Reichweite besitzt und abhängig ist von der Orientierung der Atome zueinander. Diese Wechselwirkung ist vergleichbar mit derjenigen zwischen zwei Stabmagneten, während die van der Waals Wechselwirkung mit der Wechselwirkung zweier harter Kugeln zu vergleichen ist, bei denen die Orientierung keine Rolle spielt und die Reichweite sich nur über den Radius der Kugel erstreckt. Ein solches Quantengas aus atomaren Magneten konnte kürzlich an der Universität Stuttgart präpariert und untersucht werden (02). Da das Quantengas auf diese Wechselwirkung als Kollektiv reagiert, wird es auch manchmal als Quantenflüssigkeit bezeichnet. Diese dipolare Quantenflüssigkeit hat einige Ähnlichkeit mit einer klassischen Ferroflüssigkeit, in der magnetische Nanoteilchen in einer kolloidalen Lösung vorliegen. Auch diese Flüssigkeit reagiert mit einer Formänderung auf äußere Magnetfelder. Im Gegensatz zu diesen Flüssigkeiten ist ein dipolares Kondensat jedoch superfluid, d.h. es hat eine verschwindende Viskosität und es hat auch eine endliche Kompressibilität.

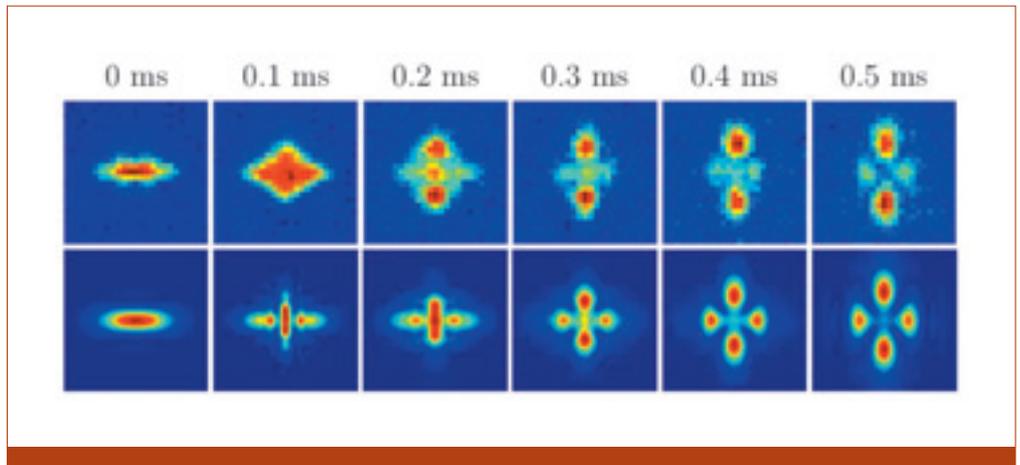
Ein kompressibles dipolares Gas kann je nach Form des Behälters instabil werden. Wird das Gas in einem zigarrenförmigen Behälter (vgl. ein Reagenzglas) gehalten, bei dem die Magnetisierung entlang der Symmetrieachse zeigt, kann das Gas instabil werden, da sich die Dipole überwiegend anziehen und ihre Energie durch eine Implosion verringern können. Wird dagegen die Flüssigkeit in einem scheibenförmigen Behälter eingeschlossen (vgl. flach gefüllte Petri Schale) ist die Wechselwirkung überwiegend abstoßend und das Gas stabil. Für diesen neuartigen Zustand der Materie gibt es also Stabilitätsbedingungen, welche berechnet und in guter Übereinstimmung mit dem Experiment an der Universität Stuttgart verglichen werden konnten.

Besonders eindrucksvoll ist der dipolare Kollaps, der dann entsteht, wenn in einem instabilen Behälter der Charakter der Wechselwirkung sehr schnell verändert wird. Das implodierende Gas spiegelt dann die d-Wellen Symmetrie der Wechselwirkung wider (03).

#### 4. Polare Moleküle

Zusätzlich zu magnetischen Dipol-Dipol Wechselwirkungen gibt es auch die Möglichkeit von elektrischen Dipol-Dipol Wechselwirkungen. Der Unterschied zwischen den beiden Phänomenen ist, dass magnetische Dipolmomente durch zirkulierende Ströme oder den magnetischen Momenten der Elektronen verursacht werden, während elektrische Dipolmomente durch eine inhomogene Verteilung von Ladung zustande kommt. Das einfachste Bild eines elektrischen Dipols ist eine positive Ladung und eine negative Ladung separiert durch eine kurze Distanz. Man sieht sofort, dass mit dieser Konfiguration eine Raumrichtung ausgezeichnet wird, welche die Richtung des elektrischen Dipolmoments beschreibt. Für Atome im Grundzustand fehlt eine solche ausgezeichnete Richtung und ihre elektrischen Dipol-Dipol Wechselwirkungen verschwinden. Dies steht in Gegensatz zu Molekülen, bei denen die Verteilung der verschiedenen Atome im Molekül verschiedene Raumrichtungen auszeichnet. Von besonderem Interesse sind dann zweiatomige Moleküle, die aus zwei verschiedenen Atomsorten bestehen. Diese so genannten polaren Moleküle besitzen ein permanentes elektrisches Dipolmoment und die Wechselwirkung zwischen solchen Molekülen ist dann hauptsächlich beschrieben durch die elektrische Dipol-Dipol Wechselwirkung. Auf der experimentellen Seite stellt die Realisierung eines Quantengases aus polaren Molekülen eine große Herausforderung dar. Zur Zeit werden zwei verschiedene Wege intensiv untersucht: Einmal werden die Moleküle bei hohen Temperaturen geformt und anschließend zu kalten Temperaturen abgekühlt, wobei ähnliche Methoden wie beim Kühlen von Atomen entwickelt werden. Alternativ zu dieser Methode wird zuerst eine kalte Mischung aus zwei Atomen hergestellt, aus denen dann die Moleküle in einem kohärenten Prozess mit Lasern gebildet werden. Dabei wird die molekulare Bindungsenergie nicht in Bewegungsenergie umgesetzt wie bei einer

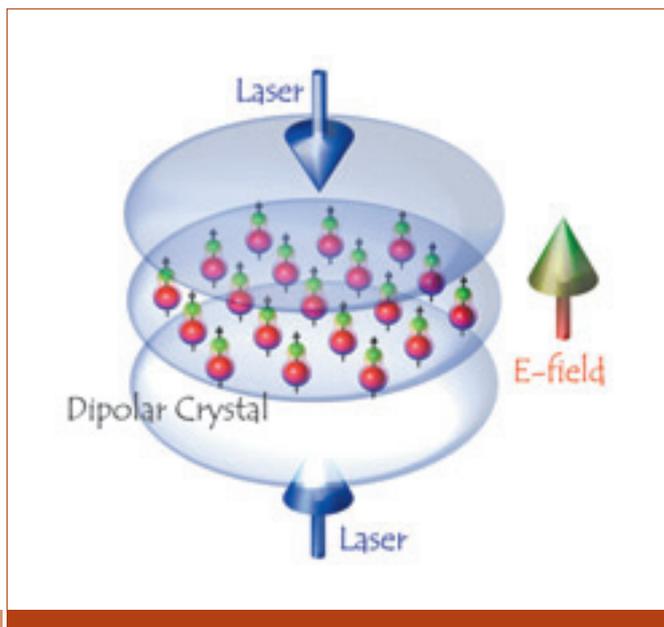
normalen chemischen Reaktion, sondern in den gestreuten Lichtteilchen des Lasers absorbiert. Die zweite Methode hat daher den Vorteil, dass die Moleküle automatisch die niedrige Bewegungsenergie der Atome erben und in ein molekulares Quantengas übergehen. In letzter Zeit wurden auf diesem Gebiet sehr große Fortschritte erzielt und wahrscheinlich können molekulare Quantengase in naher Zukunft im Labor hergestellt werden. Das besondere an elektrischen Dipol-Dipol Wechselwirkungen ist, dass ihre Stärke sowohl die van der Waals Anziehung als auch die magnetische Dipol-Dipol Wechselwirkungen übersteigt. Zudem kann die



Orientierung der Dipolmomente durch ein äußeres elektrisches Feld eingestellt werden. In Analogie zur obigen Diskussion können aber ebenfalls Instabilitäten auftreten – durch den anziehenden Charakter der Dipol-Dipol Wechselwirkung. Eine aktuelle Theoriearbeit zeigt, dass diese Instabilität sehr effizient unterdrückt werden kann, wenn die polaren Moleküle durch ein optisches Gitter in zwei Dimensionen eingesperret werden. Die Wechselwirkung zwischen den Teilchen reduziert sich dann zu einer reinen langreichweitigen Abstoßung (d.h., dass die Teilchen sich auch über große Distanzen spüren). Falls die Abstoßungsenergie die kinetische Energie der Moleküle übersteigt, ist der Grundzustand des Mehrteilchensystems durch einen Kristall gegeben (04). Im Gegensatz zu gewöhnlichen Kristallen, die durch eine Erhöhung der Temperatur schmelzen, kann dieser Kristall auch bei tiefen Temperaturen durch das Erhöhen der Quantenfluktuationen schmelzen und in ein

*Dynamik eines implodierenden dipolaren Kondensats. Die experimentell beobachteten Bilder (oben) zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit einer theoretischen Simulation der Hydrodynamik einer dipolaren Superflüssigkeit der Gruppe von Prof. Ueda am Tokyo Institute of Technology. Der gezeigte Ausschnitt hat die Abmessung 270 x 270 mm. Die Bilder wurden durch Absorptionsabbildung, d.h. durch Schattenwurf mit einer handelsüblichen Videokamera aufgenommen.*

*Dynamics of an imploding dipolar condensate: The observed images (upper row) show very good agreement with theoretical simulations based on hydrodynamic equations for a dipolar superfluid performed by the group of Prof. Ueda at the Tokyo Institute of Technology. The images show an area of 270 x 270 mm and were taken as absorption images using a CCD camera.*



04

Darstellung eines molekularen Kristalls der mit Hilfe eines optischen Gitters auf zwei Dimensionen eingesperret ist: die Dipolmomente der polaren Moleküle zeigen entlang der Richtung des Elektrischen Feldes und erzeugen eine stark abstoßende Wechselwirkung. Der Grundzustand ist charakterisiert durch eine periodische Anordnung der Moleküle.

Illustration of a molecular crystal which is trapped in two dimensions by means of an optical lattice: The dipolar moments of the polar molecule point into the direction of the electrical field and induce a strong repulsive interaction. The ground state is characterized by a periodic order of the molecules.

Superfluid (in dem jede Reibung verschwindet) übergehen. Polare Moleküle haben aber noch weitere interessante Eigenschaften: Nicht nur die Ausrichtung des Dipol-Dipol-Wechselwirkung kann durch äußere elektrische Felder kontrolliert werden, sondern auch ihre Stärke. Mit Mikrowellen-Feldern lassen sich außerdem zusätzliche Dipolmomente induzieren. Diese Eigenschaften erlauben es, durch geschickte Wahl von äußeren Feldern die Wechselwirkungen zwischen den polaren Molekülen nach Wunsch zu kontrollieren und zu verändern. Mit Hilfe dieser Tricks ist es einem Forscherteam an der Universität Stuttgart kürzlich gelungen, eine Wechselwirkung zwischen polaren Molekülen zu erzeugen, die in allen drei Raumrichtungen abstoßend ist. Auf den ersten Blick verstößt dies gegen ein Grundgesetz der Natur, das besagt, dass alle Atome und Moleküle im Grundzustand eine anziehende Wechselwirkung haben. Da das System jedoch mittels Mikrowellen-Feldern getrieben ist, steht die abstoßende Kraft nicht im Widerspruch zu diesem fundamentalen Gesetz der Natur. Die abstoßende Wechselwirkung bewirkt, dass das Quantengas sehr stabil ist und inelastische Stöße, die in einem atomaren Quantengas die Lebenszeit beschränken, stark unterdrückt sind. Damit lassen sich also langlebige Quantengase und kristalline Strukturen im dreidimensionalen Raum von polaren Molekülen erzeugen.

## 5. Rydberg Atome

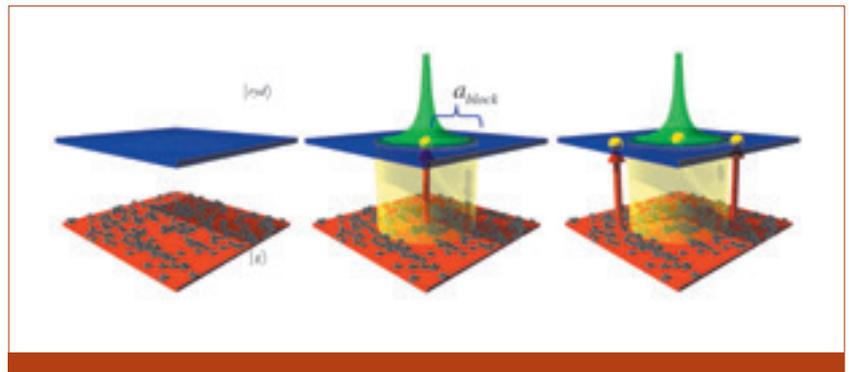
Treffen Laserstrahlen auf ein Atom, werden seine Elektronen vom Grundzustand auf eine höher gelegene Energieschale angeregt. Liegt diese Energieschale nahe an der Ionisationsgrenze, wo sich das Elektron vollständig von seinem Kern entfernen kann, spricht man von einem Rydberg-Atom. In diesem Fall umkreist das Elektron den Kern mit großem Abstand. In der klassischen Welt entsprechen diese Zustände am ehesten der Vorstellung einer Bewegung eines Teilchens um den Kern mit der Coulomb-Wechselwirkung. D.h., durch eine geschickte Überlagerung solcher Energieschalen ist es möglich, Bahnen des Elektrons um den Kern zu beschreiben, die der Bewegung eines Planeten um die Sonne gleicht.

In einem solchen Rydberg-Zustand genügt ein schwaches äußeres elektrisches Feld, um das Atom zu polarisieren. Das äußere Feld ruft eine inhomogene Ladungsverteilung hervor, und das Rydberg-Atom ist durch ein Dipolmoment entlang der Orientierung des äußeren Feldes charakterisiert. Wie bei den polaren Molekülen ist die Wechselwirkung zwischen zwei Rydberg-Atomen durch die elektrische Dipol-Dipol-Wechselwirkung beschrieben. Da das Elektron seine Bahn weit entfernt vom Kern zieht, sind diese Dipolkräfte um einiges stärker als in polaren Molekülen. Eine Besonderheit von Rydberg-Atomen ist, dass diese hochangeregten Zustände durch das Aussenden von Photonen eine endliche Lebenszeit haben und zerfallen. Das Elektron fällt auf tiefer gelegene Energieschalen zurück und die freigewordene Energie wird von einem Photon davongetragen. Die typische Lebenszeit von Rydberg-Atomen liegt im Bereich von  $\mu\text{s}$  und hängt stark vom gewählten Rydbergzustand ab. Daher müssen Experimente an solchen Zuständen auf einer Zeitskala stattfinden, die kürzer ist als die Lebenszeit der Rydberg-Atome. Werden die Rydberg-Zustände aus einem Quantengas erzeugt, ist die mittlere Geschwindigkeit der Atome so klein, dass sie auf der Zeitskala der Rydberg-Anregung nur einen Bruchteil der mittleren Distanz zwischen den Teilchen zurücklegen. In diesem Fall spricht man von einem „gefrorenen“ Rydberg-Gas, und zur theoretischen Beschreibung ist es sinnvoll die Bewegung der Atome zu vernachlässigen.

Die Anregung in den Rydberg-Zustand wird durch einen resonanten Laser erreicht. Ist ein Rydberg-Atom bereits angeregt verschiebt die Dipol-Dipol-Wechselwirkung die Resonanz-Frequenz, was die Anregung eines weiteren Rydberg-Atoms unterdrückt. Da die Dipol-Dipol-Wechselwirkung mit größerer Distanz abnimmt, erhält man einen Blockaderadius (05): innerhalb des Blockaderadius um ein Rydberg-Atom herum können keine weiteren Atome mehr in den Rydberg-Zustand angeregt werden. Erst außerhalb dieses Radius sind Anregungen wieder erlaubt. Die Experimentatoren an der Universität Stuttgart haben dieses Phänomen – die sogenannte Dipol-Blockade – in einem Quantengas beobachtet: je stärker die Wechselwirkung zwischen den Atomen war umso weniger Rydberg-Atome konnten angeregt werden. Da in diesem Fall nicht nur zwei Atome beteiligt sind, sondern viele Atome miteinander im Wechselspiel stehen, treten faszinierende Vielteilchen-Phänomene auf. So wurde im Experiment beobachtet, dass die Anzahl der Rydberg-Atome algebraisch von den Parametern wie Dichte und Stärke des treibenden Lasers abhängt. Der Exponent in diesem algebraischen Verhalten zeigt dabei universellen Charakter, d.h. unabhängig von der Atomsorte, der Verteilung der Atome und der Stärke der Wechselwirkung hat der Exponent immer die gleiche Form. Diese Eigenschaft ist bekannt durch die Universelle Skalentheorie von Phasenübergängen. Mit Hilfe der Forscher an der Universität Stuttgart ist es gelungen, die Beobachtung der Universellen Skalierung in Rydberg-Atomen mittels eines Quantenphasenübergangs zu verstehen.

## 6. Wenn die Natur mit gezinkten Würfeln spielt

Das Zinken von Karten und Würfeln war seit alters her eine beliebte Methode, um die Chancen im Glücksspiel zu beeinflussen und den Gewinn des „Schlitzohres“ zu maximieren. Die unredliche Gewinnstrategie beruht im Allgemeinen auf einer Veränderung der Eintrittshäufigkeit eines einzelnen Würfelereignisses (in der Regel 1/6 pro Würfelseite) oder der von gleichzeitig geworfenen Würfeln durch gezielte Magnetisierung der Flächen. Durch diese Manipulation wird z. B. das Auftreten zweier Sechser häufiger, da Korrelationen



zwischen den Ereignissen geschaffen wurden. Natürlich folgen die Vorgänge in ultrakalten Quantengasen den Spielregeln der Physik und letztendlich ist es das Bestreben jedes Systems seine Unordnung (Entropie) unter Berücksichtigung von Nebenbedingungen (Energie, Teilchenzahl, etc.) zu maximieren. Dabei sind die Wechselwirkungen zwischen Atomen, sowie deren Statistik (Bosonen, Fermionen) von großer Bedeutung, da erst dadurch Korrelationen zwischen den Teilchen entstehen können und diese wiederum bei der Maximierung der Unordnung einen wichtigen Einfluss haben. Neben diesen Effekten hat aber auch das Aussehen des „Spielfeldes“ einen starken Einfluss auf die Entwicklung des Zustandes eines Systems. D.h. die geometrische Form und die Abmessungen (Längenskalen) des physikalischen Behältnisses, welches das atomare Gas in einer Ultrahochvakuumkammer umschließt, sind maßgebend für dessen Dynamik.

Mit Hilfe von optischen Laserstrahlen, niederfrequenten elektromagnetischen Wellen (Radiowellen, Mikrowellen), sowie statischen magnetischen und elektrischen Feldern ist es heute möglich beliebige Kräfte im Vakuum zu erzeugen, so dass Atome berührungsfrei gefangen und über lange Zeiten (100s) hinweg gehalten werden können. Diese elektromagnetischen Strahlungskäfige sind so flexibel, dass sie zeitabhängig deformiert werden können. Damit ist es schließlich möglich

- 0-dimensionale Punktgitter,
- 1-dimensionale Wellenleiter,
- 2-dimensionale Schichtstrukturen und
- 3-dimensionale mesoskopische Volumenstrukturen

zu generieren und stetig ineinander zu verformen. Die Periodizität dieser Struktu-

*Rydbergblockade: Aus einem Ensemble ultrakalter und damit gefrorener Atome im Grundzustand  $|g\rangle$  kann durch schmalbandige Laseranregung in einem bestimmten Bereich mit Radius  $a_{\text{block}}$  nur ein Rydberg atom  $|ryd\rangle$  angeregt werden. Durch die stark repulsive van der Waals Wechselwirkung wird eine weitere Anregung in diesem Bereich verhindert. Weitere Atome können nur außerhalb dieses Blockaderadius angeregt werden. Da jedes Atom die gleiche Ausgangschance hat angeregt zu werden, gibt es viele mögliche gleichberechtigte und räumlich korrelierte Endzustände. Da in der Quantenmechanik alle gleichberechtigten Zustände in einer Überlagerung vorliegen können, entsteht bei dieser Anregung ein stark korrelierter Quantenzustand.*

*The mechanism of Rydberg blockade: If by narrow band laser excitation a Rydberg atom  $|ryd\rangle$  is excited in a gas of ground state atoms  $|g\rangle$  due to strong van der Waals interaction between Rydberg atoms a second one can only be excited at a distance  $a_{\text{block}}$ . As all atoms inside the blockaded area have equal right to carry the Rydberg excitation many spatially correlated final states are possible. In quantum mechanics these possible final states can appear as a superposition state. This is how a strongly correlated many body quantum state is generated.*

ren kann einerseits dazu verwendet werden viele identische präparierte Versuche parallel durchzuführen und somit eine exzellente Signalausbeute zu erzielen, oder durch Kopplung der Subsysteme Korrelationen im Gesamtsystem entstehen zu lassen. Bei den tiefstmöglichen Temperaturen, die in unserem Forschungsprojekt erzielt werden, können atomare Korrelationen entstehen, die die Gesetze der klassischen Statistik (Spieltheorie) verletzen und erst wieder mit Hilfe der Quantenmechanik erklärt werden können.

In niedrigdimensionalen Strukturen wie optischen Gitterkristallen oder eindimensionalen Wellenleitern treten Quanteneffekte besonders deutlich hervor, da der zur Verfügung stehende Phasenraum durch die Fallenpotentiale beschränkt wird. Der im Allgemeinen 6-dimensionale Einzelteilchenphasenraum ist hierbei der Zustandsraum, in dem die Bewegung eines Teilchens in drei Raumdimensionen unter Angabe von Impuls und Ort eines Teilchens  $(\vec{p}, \vec{x})$  beschrieben werden. Bei gewöhnlichen Temperaturen ist die Wahrscheinlichkeit zwei Teilchen in einem kleinen Phasenraumvolumen  $\Delta^3 x \Delta^3 p / \hbar^3$  gleichzeitig anzutreffen verschwindend gering. Die Größe der Phasenraumzelle wird in Einheiten des Planckschen Wirkungsquantum  $\hbar$  angegeben. Sobald die Temperatur unter einen kritischen Wert fällt, der durch die Masse der Teilchen und die Form der atomaren Falle gegeben ist, wird die Ununterscheidbarkeit der Teilchen relevant und führt im Falle von Bosonen zur Bose-Einstein Kondensation (BEC) und für Fermionen zur sogenannten Entartung, bei der die quantenmechanischen Wellenpakete der einzelnen Teilchen aneinander stoßen.

In niedrigdimensionalen Strukturen werden die Bewegungsfreiheitsgrade eingeschränkt und, um weiterhin die Heisenbergsche Orts-Impuls Unschärfebeziehung  $\Delta^3 x \Delta^3 p \geq \hbar^3$  erfüllen zu können, muss die Bewegung in der unbeschränkten Richtung besonders starke Fluktuationen erfahren.

### 7. Quantenfelder à la carte in optischen Gitterkristallen

Am Anfang der Forschung mit dreidimensionalen BECs standen vor allem Experimente zum Wellencharakter des Kondensats, der für die Suprafluidität sowie faszi-

nierende Zustände wie quantisierte Wirbel, Wirbelgitter oder Solitonenwellen verantwortlich ist. Die Suche nach den dazu komplementären Teilcheneigenschaften bosonischer Felder wurde hingegen erst von Erfolg gekrönt, als man begann, Kondensate in tiefe optische Gitterkristalle zu laden. Mit Hilfe gegenläufiger Laserwellen lassen sich beinahe beliebige ein-, zwei- oder dreidimensionale optische Gitterkristalle innerhalb einer Hochvakuumkammer erzeugen. Bewegen sich Atome in einem solchen Lichtfeld, erfahren sie ein der Lichtwellenlänge entsprechendes periodisches Potential. Die Tiefe des Potentials entspricht dabei der Intensität des Lasers und ist somit voll kontrollierbar.

Besonders eindrucksvoll wurde der Welle-Teilchen-Dualismus eines wechselwirkenden bosonischen Gases durch den periodischen Kollaps und die phasenkohärente Wiederherstellung der kollektiven Wellenfunktion im dreidimensionalen optischen Gitterkristall demonstriert. Der Forschergruppe um T. Hänsch und I. Bloch am Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching gelang mit zwei spektakulären Experimenten der Nachweis des Teilchencharakters der Anregungen bosonischer Quantenfelder. In beeindruckender Klarheit wurde zuerst der Quantenphasenübergang vom superfluiden Zustand eines BE Gases zu der, aus der Festkörperphysik bekannten, Mott-Isolator-Phase erreicht. In einem dazu komplementären Versuch wurden Überlagerungszustände von mehreren Teilchen präpariert. Der beobachtete, zeitlich periodische Kollaps und die vollständige Wiederherstellung des ursprünglichen Zustandes beweisen die quantisierte Natur bosonischer Materiewellenfelder und die Phasenkohärenz atomarer Stöße.

In einem wegweisenden theoretischen Beitrag zeigte die Innsbrucker Forschergruppe um P. Zoller und I. Cirac, dass in einem solchen tiefen optischen Gitter die wesentlichen Grundzustandseigenschaften des Gases durch das sogenannte Bose-Hubbard-Modell beschrieben werden. Im Rahmen dieses Modells dürfen Atome nur den untersten lokalisierten Wannier-Zustand am jeweiligen Gitterplatz  $i$  besetzen. Aufgrund der großen Tiefe des Gitterpotentials sind höhere angeregte Zustände unerreichbar. Da wir es mit bosonischen Teilchen zu tun haben, können einzelne Gitterplätze mehrfach belegt werden, was

aber wegen der Abstoßung  $U > 0$  zwischen den Teilchen immer größere Energien erfordert. Der Energieaustausch im Gitter ist deshalb nur durch quantenmechanisches Tunneln  $J$  zwischen benachbarten Stellen möglich. Formal wird dieses Modell durch den Energieausdruck

$$\hat{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + U/2 \sum_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i (\hat{a}_i^\dagger + \hat{a}_i)$$

beschrieben.

Was ist nun der wesentliche Unterschied zwischen einer klassischen Schwingung, z.B. einer Gitarrenseite, einem kohärenten Quantenzustand und einem Fock-Zustand mit fester Teilchenzahl eines Bose-Feldes? Zerlegt man die Gitarrenseite in diskrete Glieder  $i$ , so besitzt jedes dieser Elemente gleichzeitig eine wohl definierte Auslenkung  $|\alpha_i|$  sowie eine relative Phase  $\varphi_i$ . Die Amplituden des bosonischen Quantenfeldes sind ebenfalls diskret, allerdings muss man hier für jeden Freiheitsgrad  $i$  die Heisenbergsche Unschärferelation  $\Delta n_i \Delta \varphi_i \geq 1$  berücksichtigen, nach der die Teilchenzahl pro Gitterplatz  $n$  und die Phase  $\varphi$  nicht gleichzeitig scharf festgelegt sein können. Kohärente Zustände  $|\alpha_i\rangle$  entsprechen einer Poisson verteilten Überlagerung mehrerer Teilchen, bei der Amplitude und Phase zwar unscharf bleiben  $\Delta n_i / n_i = \Delta \varphi_i = 1/|\alpha_i|$ , das Unschärfeprodukt aber weiterhin minimal ist. Daher können diese Zustände ebenso wie eine Gitarrensaite relative Phasen zwischen den Gitterstellen besitzen. Im Gegensatz dazu ist bei Fock-Zuständen  $|n_i\rangle$  die Teilchenzahl  $n_i$  genau bestimmt  $\Delta n_i = 0$ , sodass die individuelle Phase völlig unscharf bleibt. Deshalb ist auch keine relative Phasenbeziehung zwischen den Gitterplätzen möglich. Im Experiment ist nun über die Tiefe der optischen Gitters das Verhältnis  $U/J$ , d.h. die Bedeutung der Teilchenstöße verglichen mit dem kinetischen Tunneln, frei wählbar und damit auch die charakteristischen Eigenschaften des Grundzustandes im Bose-Hubbard-Modell. In Potentialen von geringer bis mittlerer Tiefe ( $U/J < 1$ ) wird sich deshalb ein superfluider Bose-Kondensatzustand ausbilden, der zwar an den Gitterpunkten Poissonsche (bzw. sub-Poissonsche) Teilchenzahlfuktuationen aufweist, aber immer noch relative Phasen zwischen den Gitterplätzen zulässt. Überschreitet nun  $U/J$  einen von der Gittergeometrie abhängigen Wert, so durchläuft das Vielteilchensystem diskontinuierlich einen Quantenphasenübergang zum Mott-Isola-

tor, in dem lokale Teilchenzahlfuktuationen unterdrückt sind (Fock-Zustand). Deshalb kann sich auch keine relative Phase mehr zwischen den Gitterplätzen einstellen. Der experimentelle Nachweis dieses Quantenphasenüberganges hat seitdem zu einer Vielzahl neuer Experimente mit bosonischen und fermionischen Gasen in Gittern geführt.

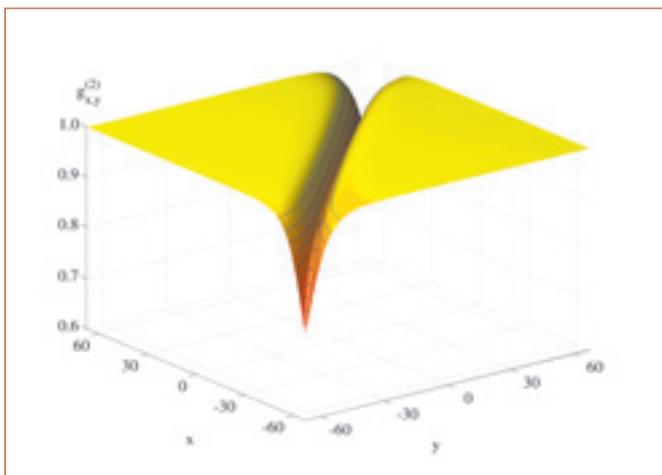
### 8. Wechselwirkung in niedrigen Dimensionen

Die große Mobilität unserer Gesellschaft führt im Straßenverkehr zu einer zunehmenden Häufigkeit von Verkehrsstaus. Besonders ärgerlich sind hierbei die Verkehrsinfarkte auf Autobahnen, die ohne erkennbares Hindernis ab einer bestimmten Fahrzeugdichte lokal zum Zusammenbruch des Verkehrsflusses führen, um sich nach entsprechender Wartezeit wieder aufzulösen. Diese Instabilität im Fahrzeugfluss ist eng mit der Eindimensionalität des Straßenverkehrs verknüpft.

Analoge Phänomene sind in vielen eindimensionalen physikalischen Systemen wiederzufinden. Bei den niedrigsten Temperaturen, die in unseren Forschungsprojekten betrachtet werden, bereichert jedoch die Quantenmechanik und Ununterscheidbarkeit der atomaren Teilchen diese Systeme mit neuen Effekten. Im Hinblick auf die zunehmende Miniaturisierung von Leiterbahnen auf elektronischen Bauteilen ist das grundlegende Verständnis der niedrigdimensionalen Vielteilchenquantenphysik auch von großer praktischer Bedeutung.

Die Realisierung eindimensionaler Strukturen mit optischen Gitterpotentialen war ein großer Durchbruch in dieser Richtung, da nun erstmals diese Physik mit neutralen Atomen in Abwesenheit von störenden Hintergrundeffekten studiert werden kann. Mit Hilfe von leistungsstarken Lasern ist es möglich viele parallele, prolate (zigarrenförmige) quasi eindimensionale Potentiale herzustellen in den hunderte bosonische oder fermionische Atome pro Potentialtopf gehalten werden können. Bei den niedrigsten Temperaturen (kinetischen Energien) ist Bewegung in radialer Richtung „ausgefroren“ (energetisch verboten) und nur mehr in der verbleibenden Richtung möglich.

Wenn nun der virtuelle Durchmesser eines Atoms (Streuquerschnitt) größer ist als die



06

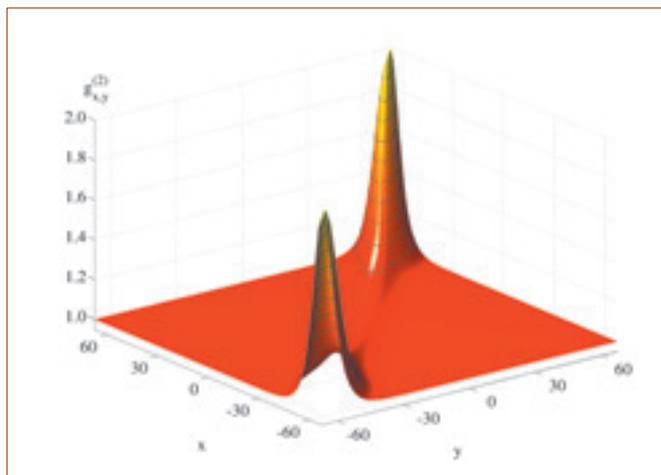
Zweiteilchenkorrelationsfunktion in einem quasi eindimensionalen harmonischen Oszillator mit Frequenz  $\omega$ ,  $N=100$  Teilchen und Temperatur  $T=0$ .

Two particle correlation function in a quasi one dimensional harmonic oscillator with trap frequency  $\omega$ ,  $N=100$  particles and a temperature  $T=0$

07

Zweiteilchenkorrelationsfunktion für gleiche Parameter aber bei Temperatur  $T = 10 \hbar \omega / k_B$

Two particle correlation function for the same set of parameters but a finite temperature of  $T = 10 \hbar \omega / k_B$



07

Grundzustandsausdehnung der Wellenfunktion in radialer Richtung, so wird die Begegnung zweier Atome zum Hochseilakt, d.h. zwei gegenläufige Seiltänzer müssen jeweils umkehren oder quantenmechanisch Tunneln. Dieses theoretische Problem, d.h. die Lösung der eindimensionalen Vielteilchen Schrödingergleichung mit paarweisen Kontaktpotentialen wurde bereits in den 30iger Jahren von Hans Bethe gelöst und viele der exakt lösbaren quantenfeldtheoretischen Modelle beruhen auf seinem genialen Ansatz.

Im Falle bosonischer Atome mit repulsiven Wechselwirkungen kann man nun durch die Variation des radialen Einschlusses bzw. der Atomzahl den Übergang vom schwach korrelierten Bose-Gas zum stark korrelierten Bose Gas im Tonks-Girardeau Regime beobachten. Paradoxaerweise zeigen in diesem Grenzfall die Teilchen eine zunehmende gegenseitige Aversion je weniger vorhanden sind. Dies wird als Fermionisierung des Bosegases bezeichnet, da im Grenzfall die Wahrscheinlichkeit, zwei Teilchen am gleichen Ort zu finden, verschwindet. Diese Zweiteilchenkorrelationsfunktion  $g^{(2)}(x,y)$  ist proportional zur Wahrscheinlichkeit, sukzessive zwei Teilchen an den Orten  $x$  und  $y$  aus dem Gas zu entnehmen. In **06** und **07** ist zu sehen, dass sich bei Temperatur  $T=0$  Teilchen an den Orten  $x=y$  vermeiden, während dies bei endlichen Temperaturen nicht mehr notwendig ist und eine erhöhte Aufenthaltswahrscheinlichkeit an Orten geringer Dichte (am Rand) entsteht.

## 9. Präparation von schockgefrorenen Quantengasen

Um die beschriebenen Phänomene beobachten zu können, müssen Gase sehr schnell in den Mikro- oder Nanokelvin Bereich abgekühlt werden. Für einen solchen Kühlschank braucht man ein Kühlmittel und einen isolierenden Behälter.

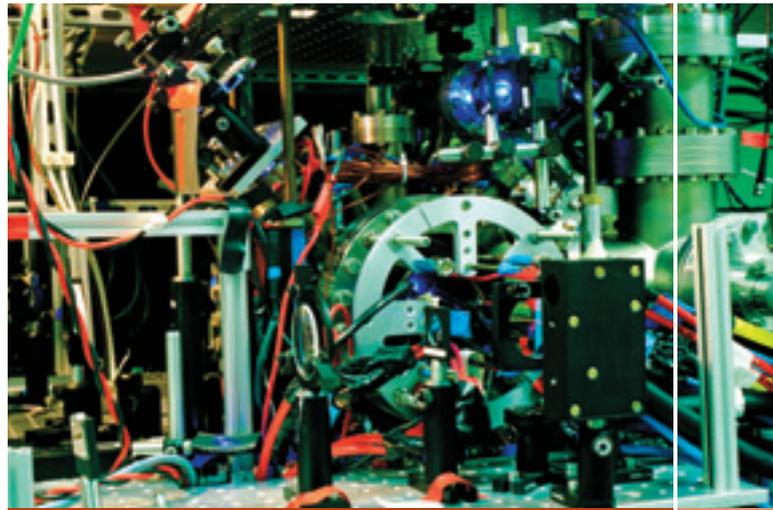
Da die Temperaturen weit unterhalb dessen liegen, was ein kryogenes System erzeugen kann, werden als „Behälter“ elektromagnetische Felder benutzt, deren Fluktuationen man sehr gut kontrollieren kann. Geeignet sind hierfür magnetische Atome als statische Magnetfallen. Da man prinzipiell nur lokale Magnetfeldminima im Vakuum erzeugen kann, können dort nur Atome in Zuständen gefangen werden, deren Energie mit dem Magnetfeld ansteigt. Das bedeutet aber notwendigerweise, dass es energetisch tiefer liegende nicht fangbare Zustände gibt. Dadurch ist eine Magnetfalle prinzipiell durch Relaxationsmechanismen begrenzt. Dennoch werden die meisten Quantengase in Magnetfallen gehalten, weil sie technisch sehr gut zu handhaben sind und die Relaxationszeitskalen für viele Atomsorten Speicherzeiten im Bereich von vielen Sekunden erlauben. Alternativ dazu werden auch immer mehr optische Pinzetten eingesetzt, welche die polarisierbaren Atome im Fokus eines Laserstrahls fangen. Da die Polarisierbarkeit in guter Näherung nicht vom magnetischen Zustand der Atome abhängt, können alle magnetischen Zustände gleichermaßen gefangen werden, insbesondere auch der tiefstliegende Grundzustand, der nicht mehr weiter relaxieren kann und sich nicht magnetisch fangen

lässt. Die Isolation der gefangenen Gase von der heißen Umwelt erfolgt durch ein sehr gutes Vakuum ( $< 10^{-11}$  mbar). Bei diesem Druck ist die Wahrscheinlichkeit einer Kollision zwischen einem heißen Raumtemperaturatom, das von der Vakuumkammerwand emittiert worden ist, mit einem ultrakalten gefangenen Gas Atom kleiner als 1 pro 100 Sekunden.

Genauso wichtig wie der Behälter und die Isolation ist natürlich das Kühlmittel. Da keine Standardkühlmittel wie z.B. flüssiges Helium in den Nanokelvin Bereich vorstoßen können, wird zunächst ein Laserfeld benutzt, um die Atome abzukühlen. Obwohl das zunächst gewöhnungsbedürftig klingt, fungiert tatsächlich ein Laserfeld als Kühlmittel, welches die Bewegungsenergie der Atome in einem Gas dadurch abtransportiert, dass die gestreuten Photonen etwas mehr Energie haben als die eingestrahlenen. Die Erfindung und Beschreibung der Methode der Laserkühlung wurde 1997 mit dem Nobelpreis für Physik an Chu, Phillips und Cohen Tannoudji ausgezeichnet. Die wesentliche Erkenntnis ist, dass die Photonen durch ihren Impuls in der Lage sind, Atome abzubremesen. Der Impulsübertrag eines einzelnen Photons auf die Atome ist sehr klein, aber da die Photonenstreurate der Atome sehr hoch sein kann, können sehr viele Photonen gestreut werden und so Bremsbeschleunigungen auf die Atome ausgeübt werden, die 100.000mal der Erdbeschleunigung entsprechen. Werden alle Tricks der Atom-Licht Wechselwirkung ausgespielt, können so innerhalb von Bruchteilen einer Sekunde Temperaturen im Mikrokkelvinbereich erreicht werden. Zur Erzeugung der Quantengase schließt sich dann typischerweise noch ein etwas langsamer aber ebenfalls sehr effizientes Verfahren an: die Verdampfungskühlung. Hierzu nutzt man aus, dass die kalten Atome in ihren Fallen durch die Laserkühlung auch schon so hohe Dichten erreichen, dass durch elastische Stöße immer ein thermisches Gleichgewicht vorliegt. Entfernt man nun selektiv die heißesten, bleibt ein kälteres und für bestimmte Fallenformen auch dichteres Gas zurück. Das bedeutet, obwohl man Teilchen aus dem Gas verliert, steigt die Dichte und die Temperatur fällt. Mit dieser Methode kann man Temperaturen erzeugen, bei der die Atome sich langsamer bewegen als die Geschwindigkeit, die der Rückstoß eines einzelnen Photons auf die Atome übertragen würde. In Zahlen ausgedrückt sind das Geschwindigkeiten von wenigen Millimetern pro Sekunde und Temperaturen im Nanokelvin Bereich. Bei diesen Temperaturen findet wie eingangs beschrieben bei bosonischen Atomen der Übergang zu einem Bose-Einstein Kondensat statt. Dabei befinden sich in guter Näherung alle ununterscheidbaren Atome in ein und demselben Materiewellenzustand und können Interferenzphänomene zeigen (09).

## 10. Zusammenfassung und Ausblick

Die beschriebenen Möglichkeiten, die Wechselwirkungen zwischen ultrakalten Atomen bzw. Molekülen in ihrer Stärke und in ihrem Charakter zu kontrollieren, erlauben

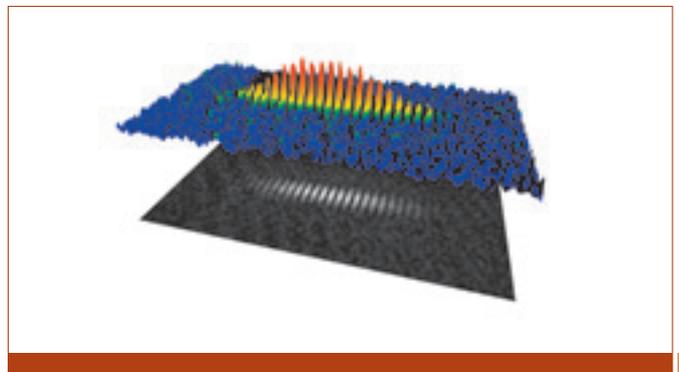


08

*Vakuuapparatur mit Magnet- und optischer Falle zur Präparation und Speicherung eines Quantengases.*

*Im gezeigten Aufbau am 5. Physikalischen Institut der Universität Stuttgart ist erstmalig ein Bose-Einstein Kondensat aus Chromatomen erzeugt und damit ein rein dipolares Kondensat präpariert worden.*

*Vacuum apparatus to prepare trap and investigate a quantum gas. In this chamber at the 5th Institute of physics at the University of Stuttgart the first chromium Bose-Einstein condensate was prepared. Researchers could for the first time observe a purely dipolar quantum gas in this setup.*



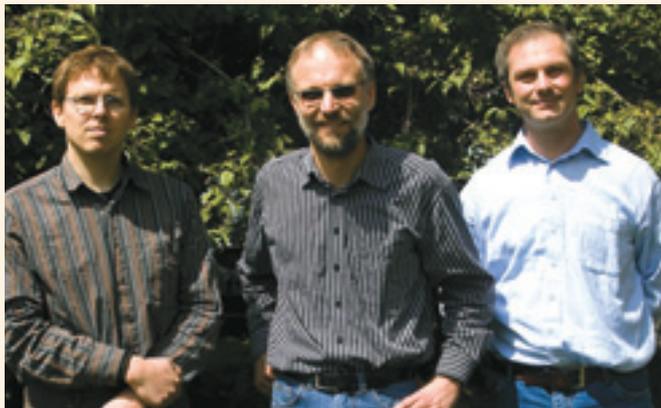
09

*Interferenz zweier Quantengase: Aufgrund der Quantennatur der Materie kommt es bei der Überlagerung zweier Quantengase zu konstruktiver und destruktiver Interferenz. Hier wird das für zwei Chrom Kondensate gezeigt, die ursprünglich einen Abstand von sieben Mikrometern hatten und dann in freier Expansion überlagert wurden. Deutlich sichtbar ist die periodische Dichtemodulation aufgrund der Interferenz der Materiewellen.*

*Die Gesamtausdehnung des Kondensats beträgt hier nach der Expansionsphase von 18 Millisekunden etwa 0,3 Millimeter.*

*Interference of two quantum gases: Due to the quantum nature of matter the superposition of two quantum gases causes constructive and destructive interference. The figure shows the inference pattern of initially two chromium condensates, which were separated by a distance of 7 micrometer after free expansion. The periodic density modulation is clearly visible because of the interference of the matter waves. The overall expansion of the condensate is approximately 0.3 millimeter after a 18 millisecond expansion.*

## DIE AUTOREN



Innsbruck in der Gruppe von Prof. P. Zoller, hat er im Jahr 2007 den Ruf an die Universität Stuttgart ins Institut für Theoretische Physik III unter der Leitung von Prof. A. Muramatsu bekommen.

### REINHOLD WALSER

(r.) hat 1995 bei Prof. P. Zoller an der Universität Innsbruck promoviert. Nach einem Post-Doc Aufenthalt in Boulder Colorado (JILA/Universität Boulder Colorado) und einem weiteren von der Österreichischen Akademie der Wissenschaften geförderten Forschungsaufenthalt in Boulder, wurde er an der Universität Ulm habilitiert, wo er seit 2003 am Institut für Quantenphysik bei Prof. W. P. Schleich arbeitet.

#### Kontakt

5. Physikalisches Institut, Universität Stuttgart  
 Pfaffenwaldring 57, 70550 Stuttgart, Tel.: 0711/685-664820, Fax: 0711/685-63810  
 E-Mail: [t.pfau@physik.uni-stuttgart.de](mailto:t.pfau@physik.uni-stuttgart.de)

### TILMAN PFAU

(m.) hat 1994 an der Universität Konstanz bei Prof. Mlynek promoviert. Nach einem Aufenthalt an der ENS in Paris hat er sich in Konstanz auf dem Gebiet der Atomoptik habilitiert und wurde nach einem Aufenthalt am MIT in Cambridge im Jahr 2000 nach Stuttgart berufen. Seitdem leitet er das 5. Physikalisches Institut an der Universität Stuttgart. Seine Arbeitsgebiete sind die experimentelle Atom- und Quantenoptik.

### HANS PETER BÜCHLER

(l.) hat an der ETH Zürich, Schweiz, bei Prof. G. Blatter im Jahr 2003 promoviert. Nach einem längerem Aufenthalt an der Universität

es, zahlreiche aktuelle Fragen der Vielteilchenquantenphysik modellhaft zu studieren. Neben dem grundsätzlichen Interesse an diesen Systemen lassen sich viele ungeklärte Fragestellungen aus der Forschung an Quantenmaterialien, wie z.B. Hochtemperatursupraleitern auf diese Modellsysteme abbilden. Sie können damit zum vertieften Verständnis dieser Materialien und ihrer konsequenten Weiterentwick-

lung entscheidend beitragen. Auf dem weiten Gebiet zwischen den Quantengasen und der festen Quantenmaterie ergeben sich nachhaltige Perspektiven für die Grundlagenforschung, welchen z.B. im Sonderforschungsbereich SFB/TRR21 in Stuttgart, Ulm und Tübingen nachgegangen wird.

*Tilman Pfau, Hans Peter Büchler, Reinhold Walser*